

PROCESAREA CUNOȘTINȚELOR ȘI CALCUL INTELIGENT - PCCI

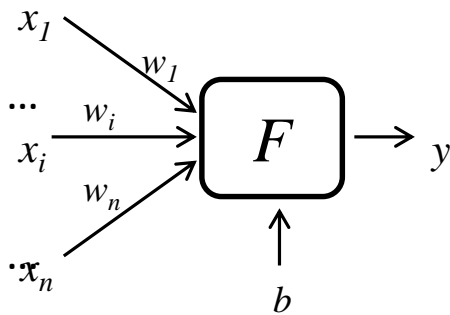
Rețele neuronale artificiale pentru învățare
supravegheată. Perceptronul multistrat.

Cuprins:

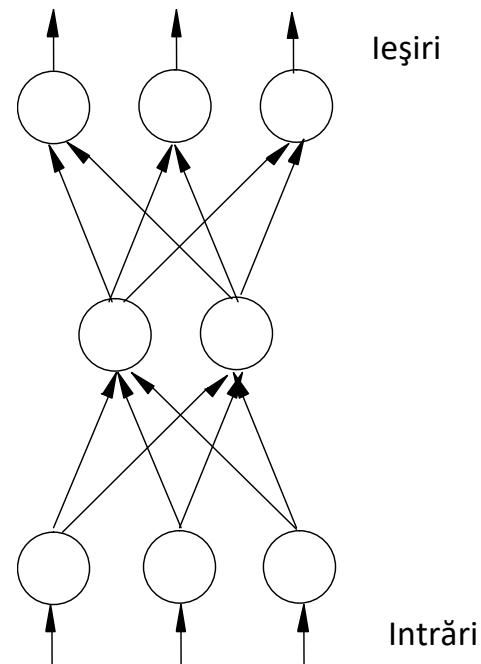
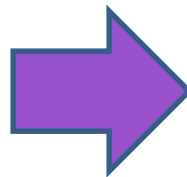
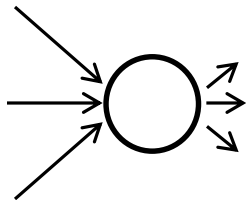
- Motivația existenței RNA
- Perceptronul multistrat
 - ❖ Arhitectură
 - ❖ Algoritmul de retropropagare a erorii
 - Exemplu
 - Regula delta generalizată
 - Algoritmul general de retropropagare după metoda gradientului, pentru RNA PMS cu un strat ascuns

Rețele neuronale artificiale

- Mai mulți neuroni interconectați formează o rețea neuronală artificială (RNA).



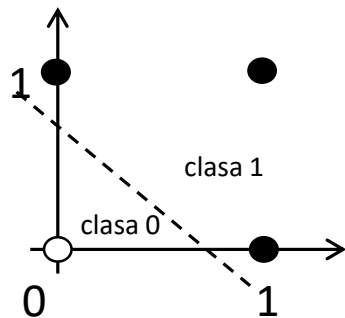
- un singur neuron



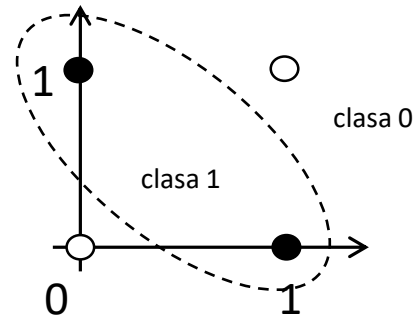
- O rețea neuronală

Necesitatea formării RNA

- Un singur neuron poate învăța o problemă liniar separabilă, dar eșuează în cazul funcției simple XOR:

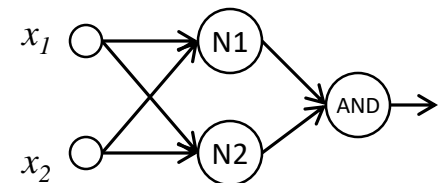
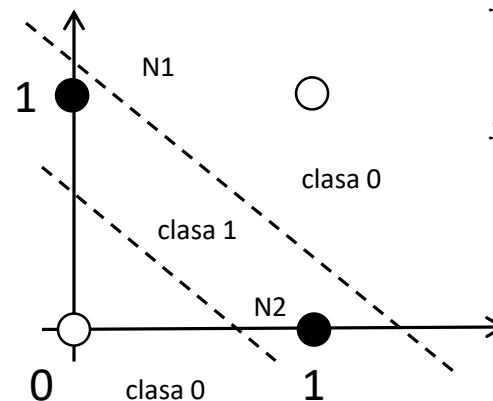
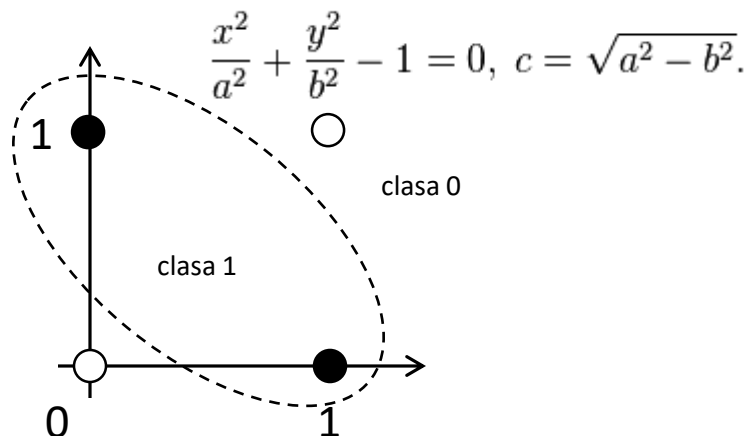


SAU, OR – funcție liniar separabilă



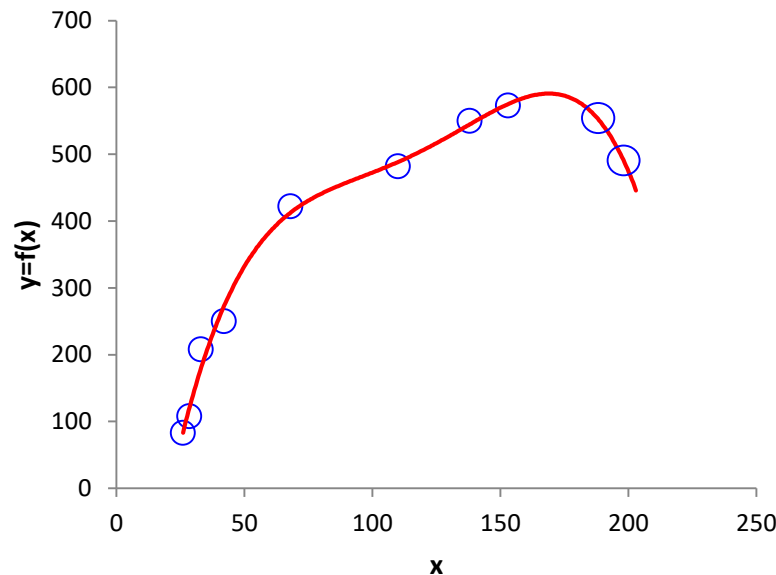
SAU, XOR – funcția nu este liniar separabilă

- Pentru învățarea funcției XOR, e nevoie de trei straturi neuronale:



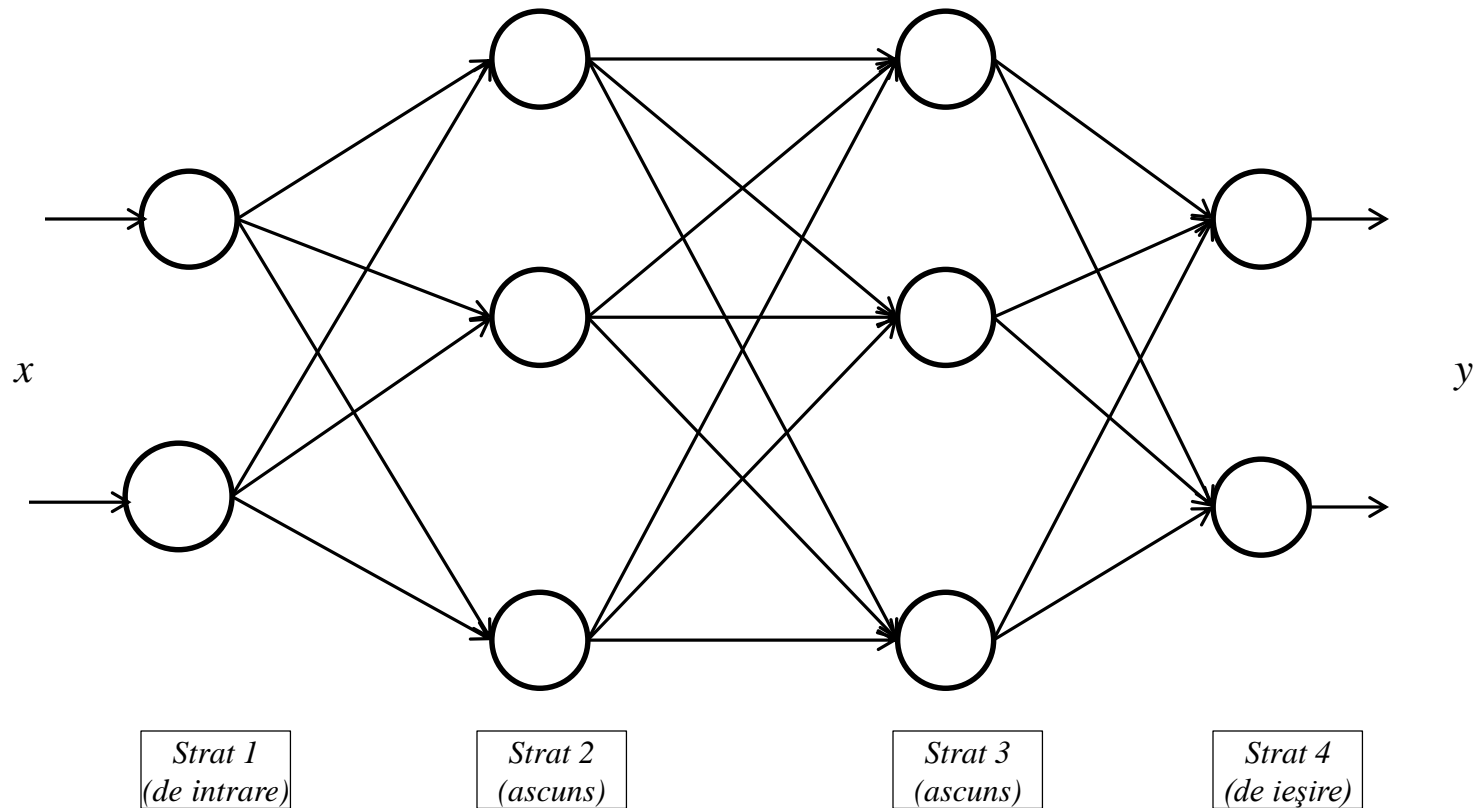
Necesitatea formării RNA pentru regresie

- O combinație de neuroni (unul sau mai multe straturi ascunse) poate modela funcții complexe, de grad superior, care modelează mai bine un set de date caracterizat de o funcție de variație $y=f(x)$ complexă.



$$y = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot x^3 + a_4 \cdot x^4$$

Necesitatea formării RNA pentru regresie



x

Distribuție

Determinare fragmente $f(x)$

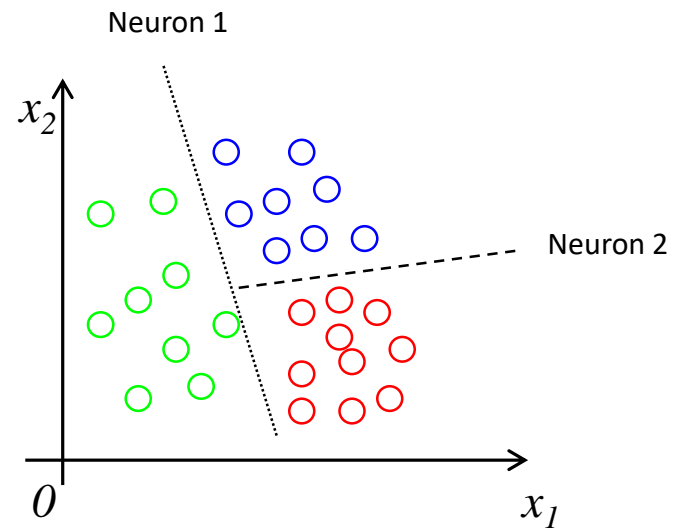
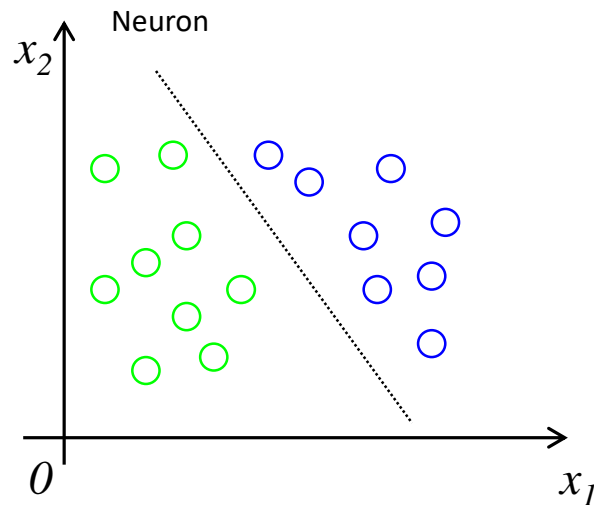
compunere $f(x)$

$y=f(x)$

- RNA își alege singură felul în care reprezintă intern pe $f(x)$, prin mecanismul ajustării ponderilor și pragurilor.
- Pentru două seturi de antrenare diferite, aceeași funcție originală $x-f(x)$ va fi reprezentată diferit, cu alte ponderi și praguri.

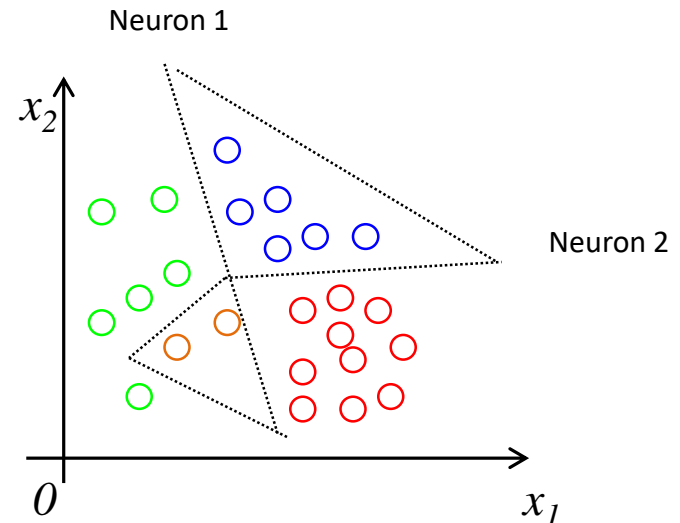
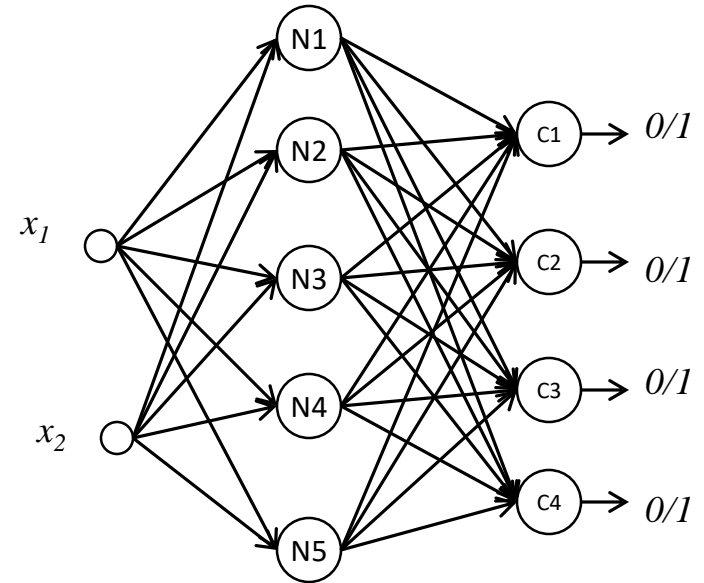
Necesitatea formării RNA pentru clasificare

- Problemele de clasificare de tip 0/1 pot fi rezolvate cu un neuron de tip sigmoid logistic, care determină o frontieră.
- Problemele de clasificare cu mai multe clase trebuie să determine mai multe frontiere, deci folosesc mai mulți neuroni.



Justificarea matematică

- O RNA cu minim 3 straturi poate separa orice spațiu, dacă are suficienți neuroni pe stratul ascuns (teorema lui Kolmogorov [MacLeod]).
- Rețeaua “regionalizează” spațiul variabilelor de intrare.
- Exemplu: o RNA care identifică 4 clase folosind 5 neuroni ascunși. Un model de intrare poate să aparțină unei singure clase (valoare ieșire neuron aproximativ 1). Restul neuronilor vor calcula la ieșire valoarea aproximativ 0.



Utilizarea RNA

- Definirea problemei și alegerea tipului de rețea corespunzător.
 - ❖ Arhitectura RNA pentru învățare supravegheată diferă substanțial de arhitectura RNA pentru învățare nesupravegheată
- Pregătirea datelor pentru învățare/antrenare.
 - ❖ Scalare, eliminarea redundanțelor
- Structurarea rețelei, în funcție de problemă (număr de neuroni, de straturi etc).
 - ❖ De obicei, se stabilesc prin încercări
- Antrenarea.
 - ❖ Învățarea datelor din setul de antrenare
- Recunoașterea (generalizarea).
 - ❖ Utilizarea RNA antrenate pentru a rezolva cazuri noi ale problemei, neincluse în datele de antrenare.

Definirea problemei

- Învățarea supravegheată: perechi de date de intrare-ieșire cu valori cunoscute.

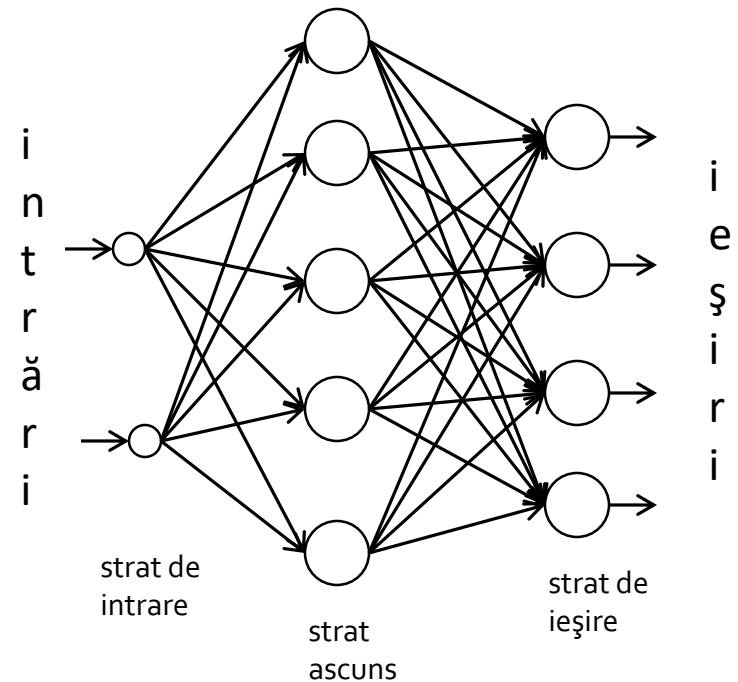
								intrări (3)				ieșiri (1)	
Nr.	Titular contract	Persoane	Suprafață locuință [mp]	Studii	Venit lunar [lei]	Consum mediu [kWh /lună]	Putere instalată [kW]	Nr.	Suprafață locuință [mp]	Venit lunar [lei]	Putere instalată [kW]	Consum mediu [kWh /lună]	
			x_1		x_2	y	x_3		x_1	x_2	x_3	y	
1	Nicolae Popa	3	110	superioare	3350	482	10	1	110	3350	10	482	
2	Vasile Ionescu	5	33	liceu	3100	208	8	2	33	3100	8	208	
3	Maria Popovici	2	42	superioare	5480	250	15	3	42	5480	15	250	
4	Adriana Elisei	3	138	superioare	4450	550	20	4	138	4450	20	550	
-	-	
7	Paul Irimciuc	4	28.5	liceu	2500	108	6	7	28.5	2500	6	108	
9	Florin Mihalcea	2	153	doctorat	6600	573	12	9	153	6600	12	573	



- Exemplu: estimarea consumului unui client nou în funcție de suprafața locuinței, venitul lunar și puterea totală instalată a receptoarelor electrice din casă.
- RNA trebuie să învețe dependența $consum = f(suprafață, venit, putere instalată)$ folosind datele clienților deja aflați sub contract cu furnizorul și să fie capabilă să prognozeze corect consumul unor clienți noi, pentru care se cunosc suprafața casei, venitul lunar și puterea receptoarelor folosite în casă.

Arhitectura RNA

- Perceptronul multistrat (PMS) (multilayer perceptron, MLP):
 - ❖ Rețea feedforward: informația curculă doar într-un sens, de la intrare către ieșire
 - ❖ Fiecare neuron este conectat cu fiecare neuron din straturile adiacente.
 - ❖ Nu există conexiuni între neuronii de pe același strat
 - ❖ Are minim trei straturi: unul de intrare, cel puțin unul ascuns și unul de ieșire.

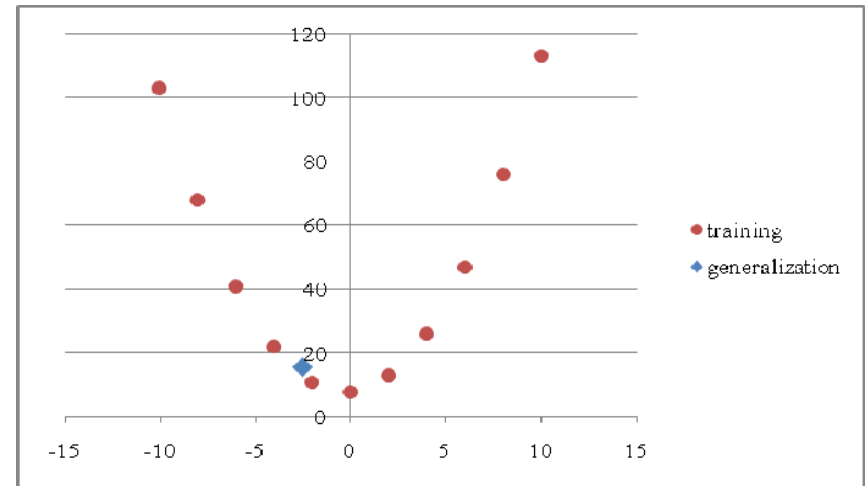


Exemplu: RNA PMS cu 3 straturi:

- 2 neuroni pe stratul de intrare
- 5 neuroni pe stratul ascuns
- 4 neuroni pe stratul de ieșire

Pregătirea datelor de intrare

- Datele de antrenare trebuie să fie suficiente pentru a ilustra variația reală a ieșirilor în funcție de intrări.
 - ❖ O parabolă nu poate fi aproximată corect prin trei puncte.
- Datele de antrenare trebuie să fie relevante.
 - ❖ RNA nu va aproxima corect zona $x = [-15, 0]$ a parabolei dacă e antrenată doar cu date din zona $x = [0, 15]$
- Uneori, este necesară scalarea datelor, adică aducerea lor la aproximativ același ordin de mărime.



Structurarea rețelelor PMS

- Numărul de neuroni de pe stratul de intrare și de pe stratul ascuns depinde de problemă. Pentru problema $consum = f(suprafață, venit, putere\ instalată)$ sunt necesari 3 neuroni pe stratul de intrare și 1 neuron pe stratul de ieșire.
- Numărul de neuroni pe stratul ascuns nu e fixat.
 - ❖ Dacă se alege mic, poate fi insuficient pentru complexitatea problemei.
 - ❖ Dacă e prea mare, poate apărea supraantrenarea (specializarea).
 - ❖ Se preferă nr neuroni ascunși = între 1 și 2* nr intrări.
 - ❖ De obicei, se stabilește prin încercări.

Structurarea rețelelor PMS

- Funcția de activare a stratului de intrare este întotdeauna liniară. De multe ori, stratul de intrare nici măcar nu mai este reprezentat grafic.
- Pe straturile ascunse, de obicei se folosesc funcția sigmoid logistic, tangent hiperbolic sau liniară, în funcție de tipul de problemă (regresie, prognoză, clasificare).
- RNA cu mai mult de un strat ascuns se numesc rețele adânci (deep neural networks).
- Cel mai frecvent întâlnite sunt RNA cu un singur strat ascuns.

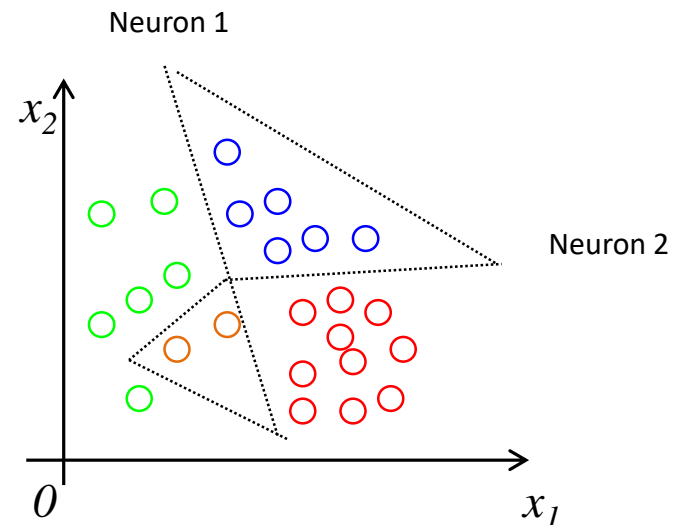
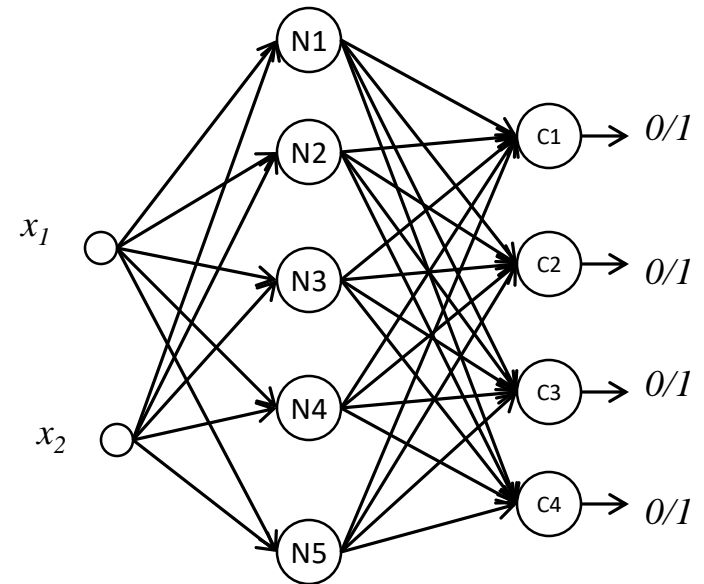
Antrenarea rețelelor PMS

- Antrenarea (învățarea) înseamnă determinarea valorilor ponderilor conexiunilor sinaptice dintre neuroni w_{ij} și a pragurilor b_i ale fiecărui neuron care asigură performanțele optime ale rețelei (rezolvă problema), folosind un algoritm specific.
 - ❖ Cel mai cunoscut algoritm de antrenare pentru PMS este retropropagarea (backpropagation).
 - ❖ Generalizare a algoritmului aplicat pentru neuronul elementar.



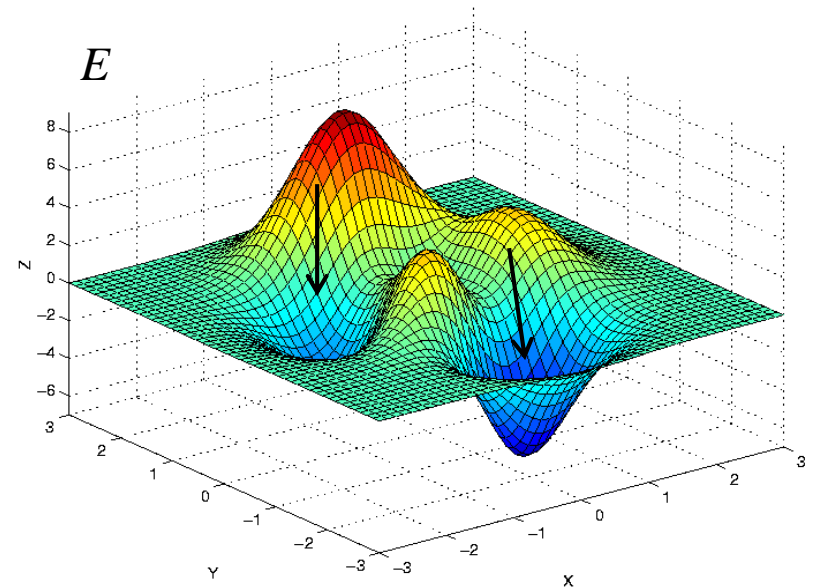
Antrenarea RNA

- Felul în care RNA “cartografiază” intrările către ieșiri nu poate fi controlat de către utilizator, RNA “decide” singură, în funcție de modelele existente în setul de antrenare și de valorile inițiale ale ponderilor și pragurilor, care de obicei sunt inițializate aleatoriu.
- RNA sunt considerate “cutii negre” (black boxes)



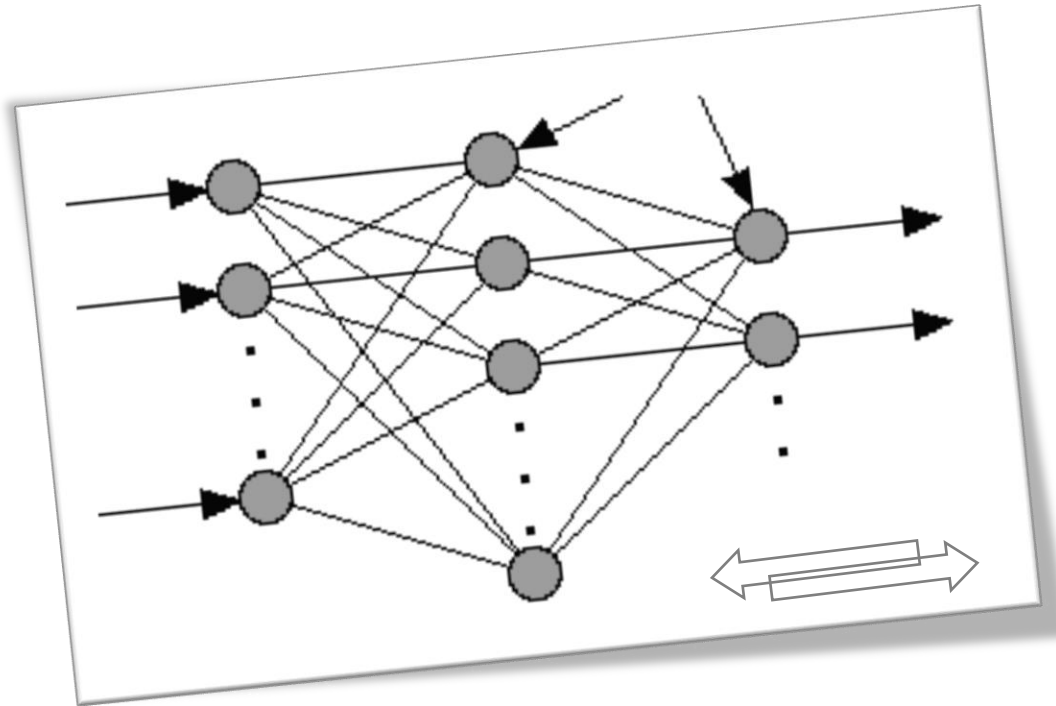
Antrenarea RNA

- Cu același set de date și folosind același algoritm de antrenare , performanțele rețelei pot fi diferite de la o antrenare la alta, deoarece ponderile și pragurile inițiale sunt diferite și antrenarea pornește din alt punct al suprafeței erorii, care nu mai este convexă din cauza suprapunerii efectelor mai multor neuroni.



Generalizarea

- Folosind ponderile și pragurile corectate în procesul de antrenare, RNA trebuie să calculeze valori corecte de ieșire ale problemei pentru oricare model de intrare neinclus în setul de antrenare.
 - ❖ “Corecte” înseamnă cu o anumită aproximație considerată satisfăcătoare.
- Astfel RNA

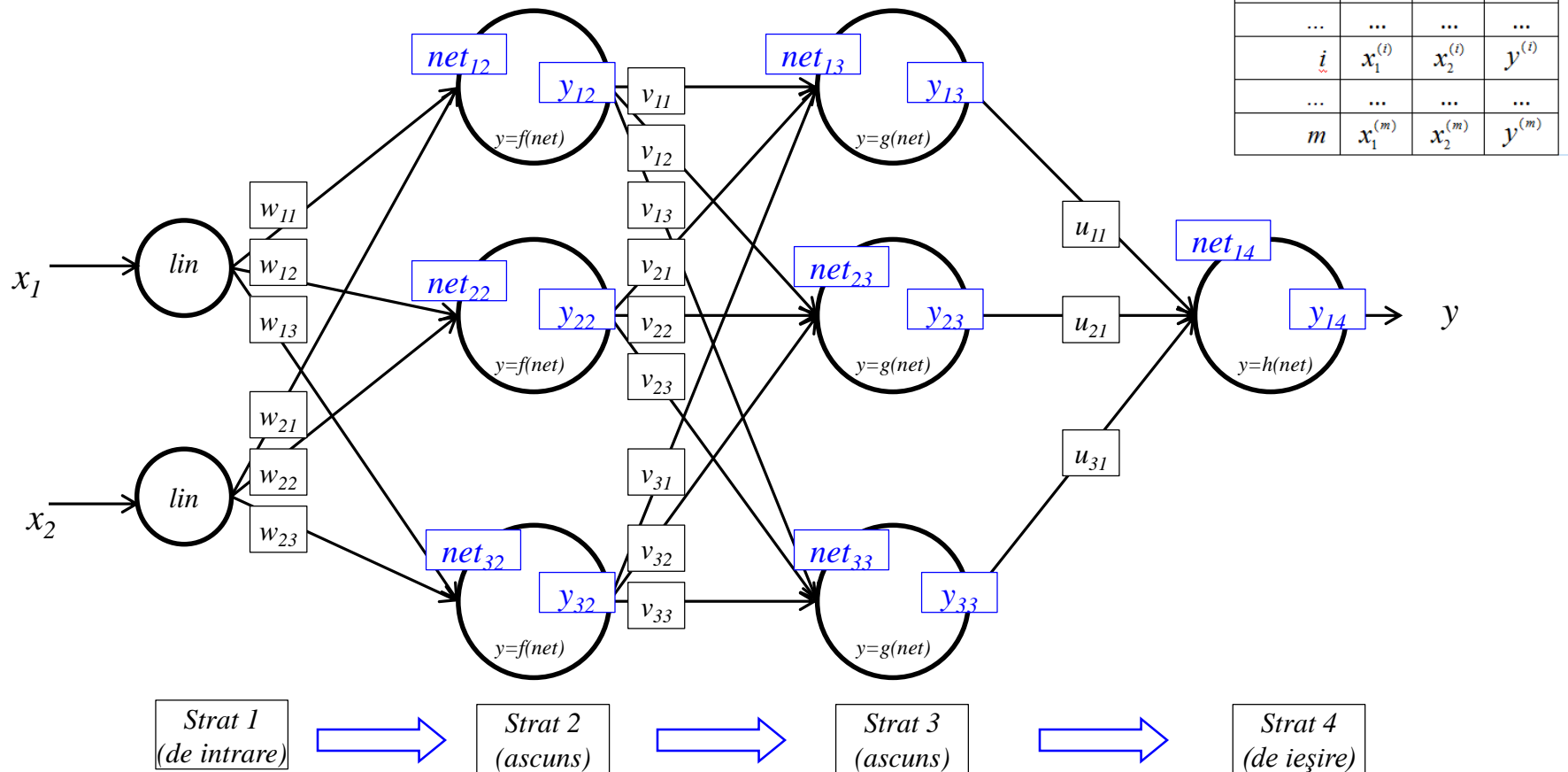


**Algoritmul de retropropagare
pentru perceptronul multistrat**

Pașii algoritmului de retropropagare

- Pregătire date de intrare sub forma de perechi intrare-ieșire.
- Inițializare arhitectură RNA: număr de straturi, număr de neuroni pe fiecare strat, inițializare aleatoare ponderi și praguri.
- repetă
 - ❖ Propagare înainte pentru toate modelele de antrenare.
 - ❖ Calcul eroare între rezultatele obținute și cele dorite.
 - ❖ Propagare înapoi: corecție ponderi și praguri în funcție de eroare.
 - ❖ Verifică criteriul de oprire.
- Dacă s-a îndeplinit criteriul de oprire, antrenarea s-a încheiat.

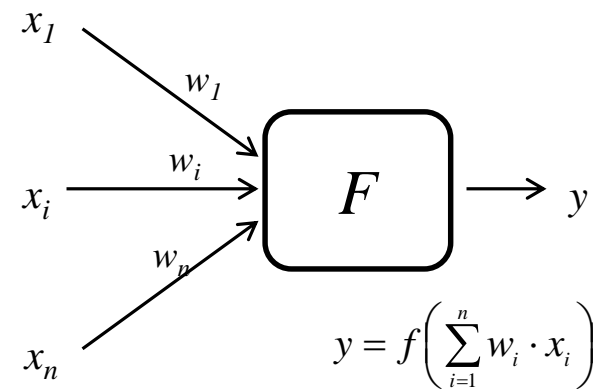
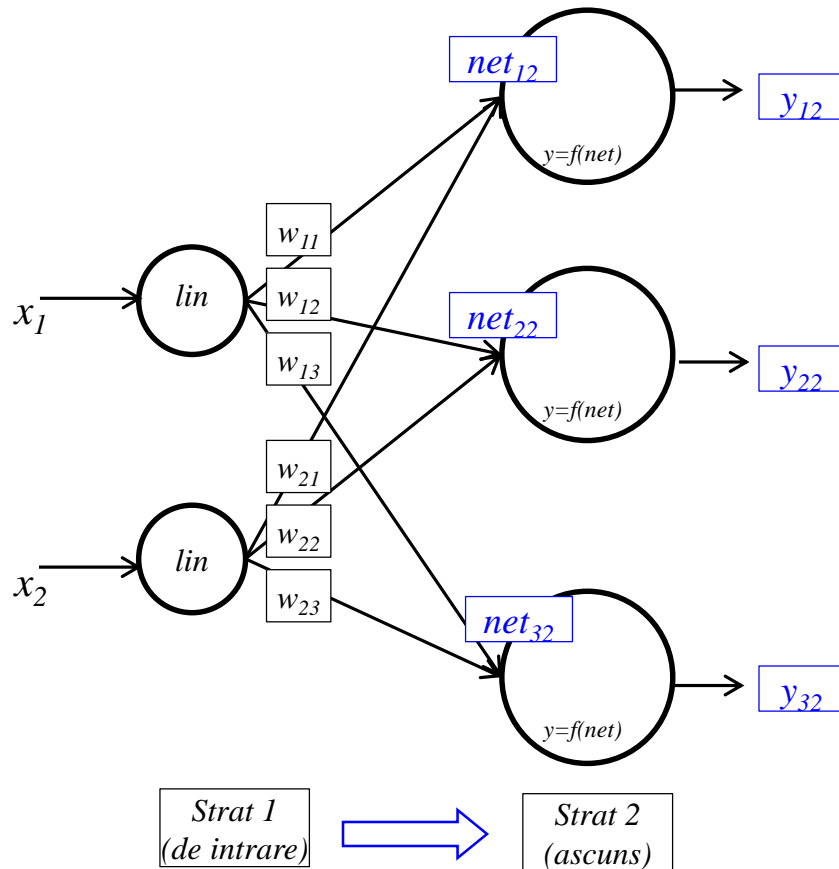
Propagare înainte intrare



- Exemplu: RNA cu 4 straturi, 2 intrări și 1 ieșire.
- Se calculează ieșirea y , pentru toate modelele i ($i=1 \dots m$), în funcție de valorile curente ale ponderilor.
- Pentru simplificare, pragurile se consideră 0 și nu intervin în calcule.

Propagare înainte intrare

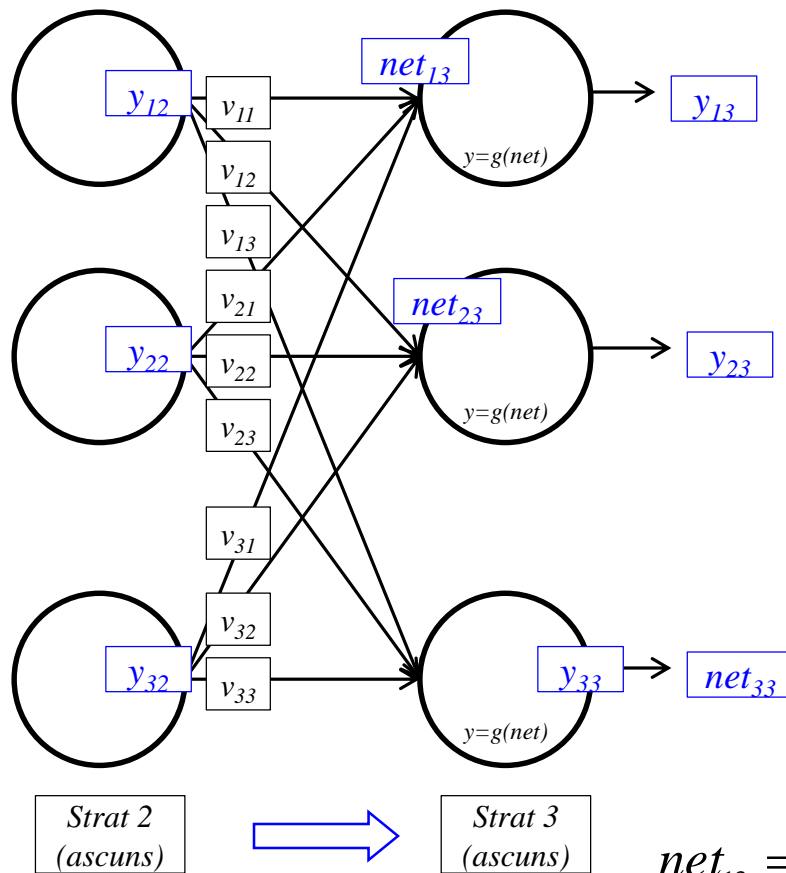
- Propagare înainte între straturile 1-2, un model de intrare



$$\begin{array}{l|l} net_{12} = w_{11} \cdot x_1 + w_{21} \cdot x_2 & y_{12} = f(net_{12}) \\ net_{22} = w_{12} \cdot x_1 + w_{22} \cdot x_2 & y_{22} = f(net_{22}) \\ net_{32} = w_{13} \cdot x_1 + w_{23} \cdot x_2 & y_{32} = f(net_{23}) \end{array}$$

Propagare înainte intrare

- Propagare înainte între straturile 2-3



$$net_{13} = v_{11} \cdot y_{12} + v_{21} \cdot y_{22} + v_{31} \cdot y_{32}$$

$$net_{23} = v_{12} \cdot y_{12} + v_{22} \cdot y_{22} + v_{32} \cdot y_{32}$$

$$net_{33} = v_{13} \cdot y_{12} + v_{23} \cdot y_{22} + v_{33} \cdot y_{32}$$

$$y_{13} = g(net_{13})$$

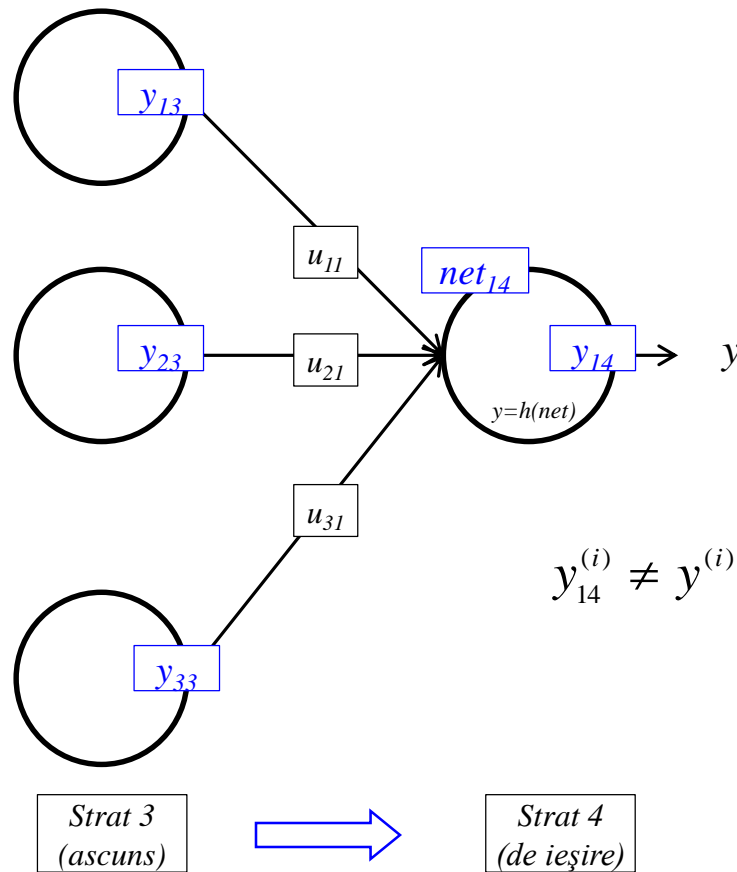
$$y_{23} = g(net_{23})$$

$$y_{33} = g(net_{33})$$

Propagare înainte intrare

model	$y=f(x_1, x_2)$		
	x_1	x_2	y
1	$x_1^{(1)}$	$x_2^{(1)}$	$y^{(1)}$
2	$x_1^{(2)}$	$x_2^{(2)}$	$y^{(2)}$
...
i	$x_1^{(i)}$	$x_2^{(i)}$	$y^{(i)}$
...
m	$x_1^{(m)}$	$x_2^{(m)}$	$y^{(m)}$

- Propagare înainte între straturile 3-4

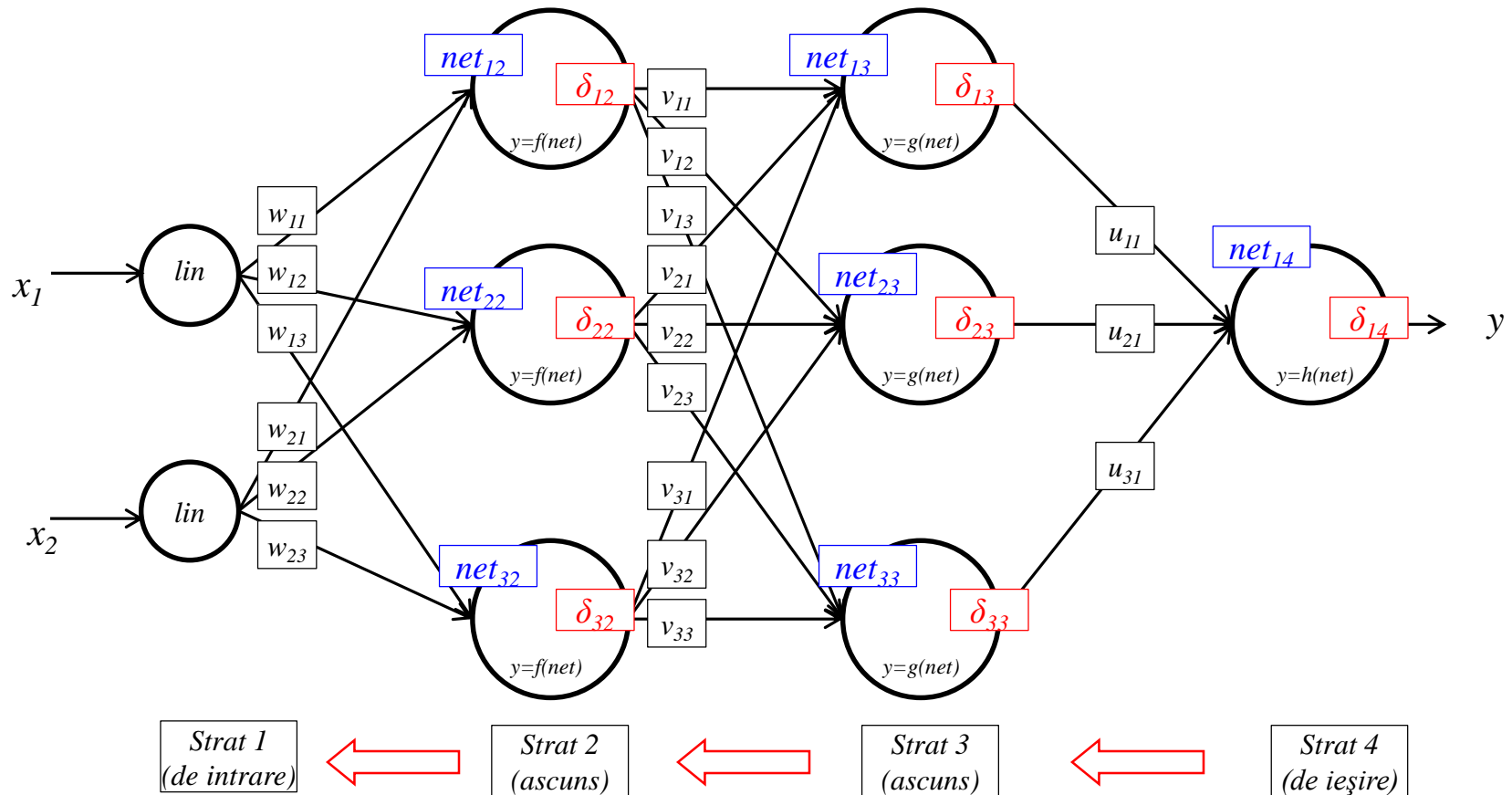


$$net_{14} = u_{11} \cdot y_{13} + u_{21} \cdot y_{23} + u_{31} \cdot y_{33}$$

$$y_{14} = h(net_{14})$$

- Deoarece ponderile au fost inițializate aleatoriu și foarte probabil nu sunt cele care rezolvă corect problema, ieșirea y_{14} , cea obținută pentru un model oarecare i , $o^{(i)}$, va diferi de ieșirea dorită $d^{(i)}$.
- Dorim să apropiem ponderile de cele corecte.
- Se calculează eroarea $\delta^{(i)}$ între ieșirea obținută $o^{(i)}$ și cea dorită $d^{(i)}$.
- Se repetă propagarea înainte pentru toate modelele, se calculează de fiecare dată eroarea și se realizează suma erorilor pe toate modelele de antrenare.
- Se face propagarea înapoi a erorii, pentru corectarea ponderilor.

Propagare înapoi erori



$$\delta_{ij} = \frac{\partial}{\partial net_{ij}} (\text{functie eroare})$$

Propagare înapoi erori

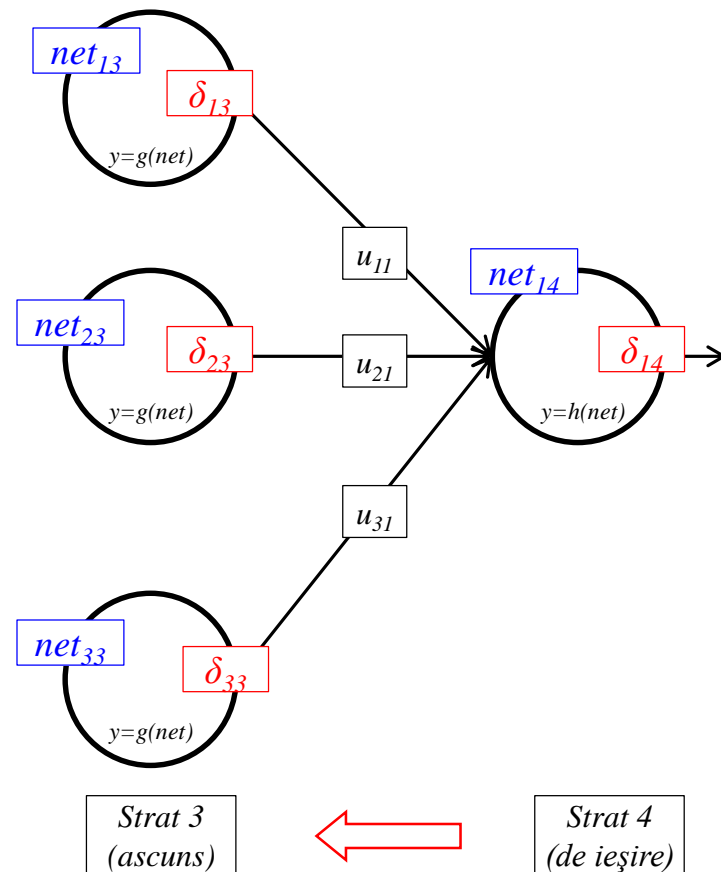
- Propagare eroare înapoi între straturile 4 și 3

$$\delta_{14} = y^{(i)} - y_{14}^{(y)} = y^{(i)} - h(net_{14})$$

$$\delta_{13} = (u_{11} \cdot \delta_{14}) \cdot g'(net_{13})$$

$$\delta_{23} = (u_{21} \cdot \delta_{14}) \cdot g'(net_{23})$$

$$\delta_{33} = (u_{31} \cdot \delta_{14}) \cdot g'(net_{33})$$



Propagare înapoi erori

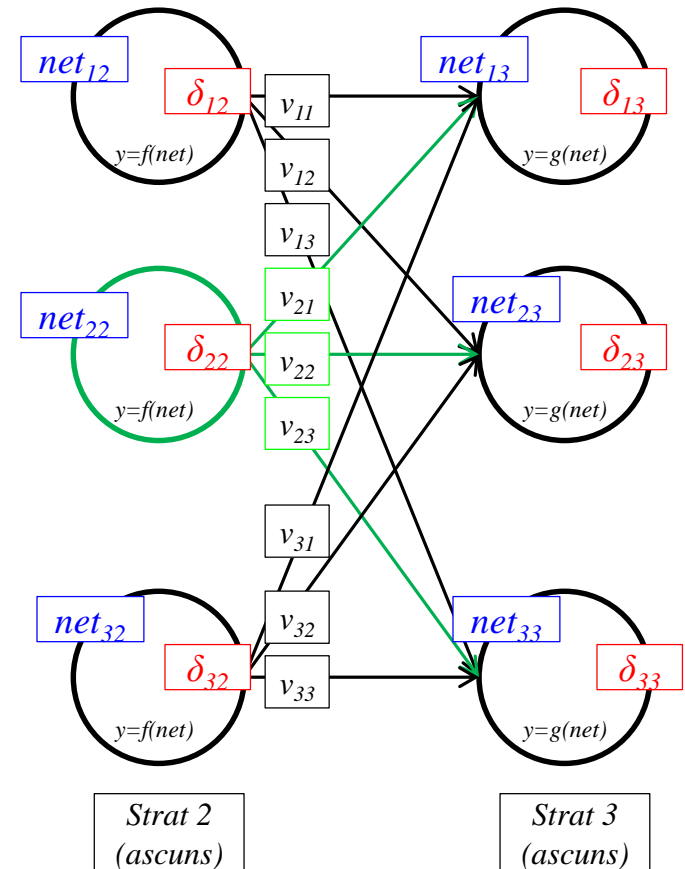
- Propagare eroare înapoi între straturile 3 și 2

$$\delta_{12} = (v_{11} \cdot \delta_{13} + v_{12} \cdot \delta_{23} + v_{13} \cdot \delta_{33}) \cdot f'(net_{12})$$

$$\delta_{22} = (v_{21} \cdot \delta_{13} + v_{22} \cdot \delta_{23} + v_{23} \cdot \delta_{33}) \cdot f'(net_{22})$$

$$\delta_{13} = (v_{31} \cdot \delta_{12} + v_{32} \cdot \delta_{22} + v_{33} \cdot \delta_{32}) \cdot g'(net_{13})$$

- Între straturile 2 și 1 nu mai putem calcula erori



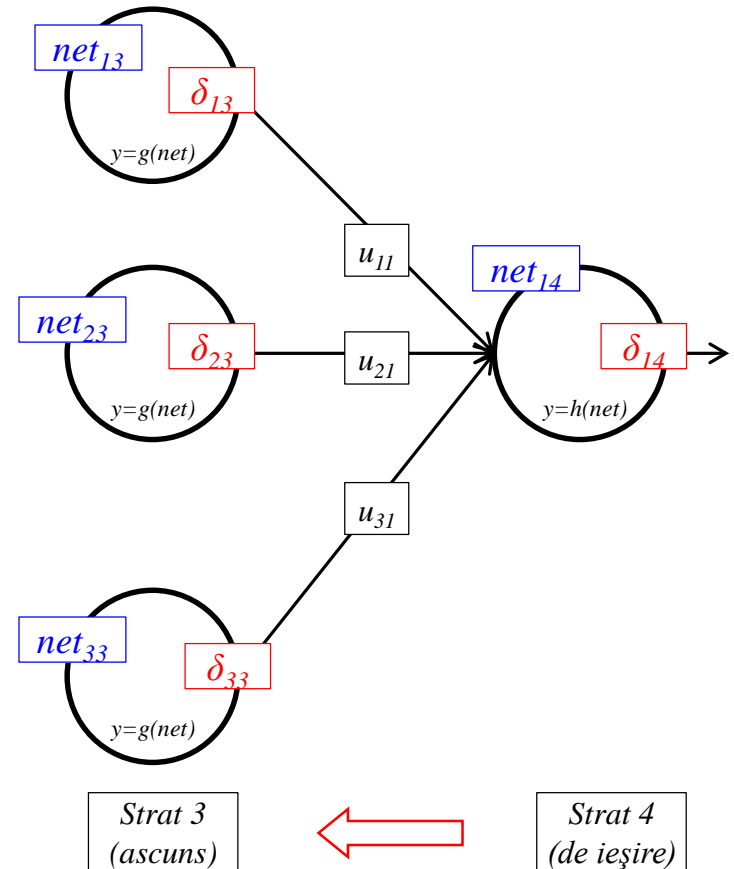
Corecție ponderi

- Între straturile 3-4

$$u_{11} = u_{11} + \Delta u_{11} = u_{11} + \eta \cdot \delta_{14} \cdot net_{13}$$

$$u_{12} = u_{12} + \Delta u_{12} = u_{12} + \eta \cdot \delta_{14} \cdot net_{23}$$

$$u_{13} = u_{13} + \Delta u_{13} = u_{13} + \eta \cdot \delta_{14} \cdot net_{33}$$



Corecție ponderi

- Între straturile 2-3

$$v_{11} = v_{11} + \Delta v_{11} = v_{11} + \eta \cdot \delta_{13} \cdot net_{12}$$

$$v_{12} = v_{12} + \Delta v_{12} = v_{12} + \eta \cdot \delta_{23} \cdot net_{12}$$

$$v_{13} = v_{13} + \Delta v_{13} = v_{13} + \eta \cdot \delta_{33} \cdot net_{12}$$

$$v_{21} = v_{21} + \Delta v_{21} = v_{21} + \eta \cdot \delta_{13} \cdot net_{22}$$

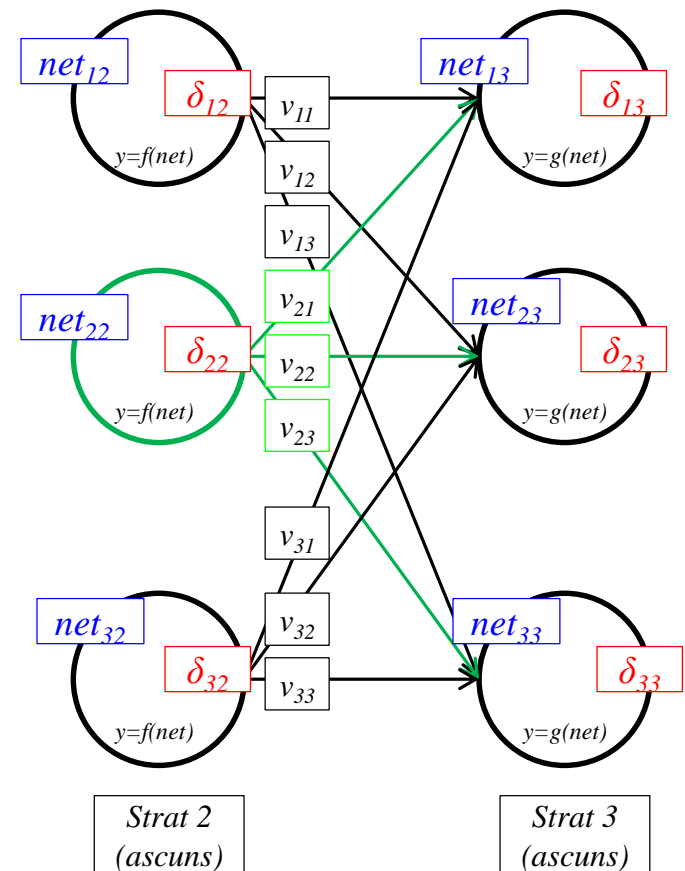
$$v_{22} = v_{22} + \Delta v_{22} = v_{22} + \eta \cdot \delta_{23} \cdot net_{22}$$

$$v_{23} = v_{23} + \Delta v_{23} = v_{23} + \eta \cdot \delta_{33} \cdot net_{22}$$

$$v_{31} = v_{31} + \Delta v_{31} = v_{31} + \eta \cdot \delta_{13} \cdot net_{32}$$

$$v_{32} = v_{32} + \Delta v_{32} = v_{32} + \eta \cdot \delta_{23} \cdot net_{32}$$

$$v_{33} = v_{33} + \Delta v_{33} = v_{33} + \eta \cdot \delta_{33} \cdot net_{32}$$



Corecție ponderi

- Între straturile 1-2

$$w_{11} = w_{11} + \Delta w_{11} = w_{11} + \eta \cdot \delta_{12} \cdot x_1$$

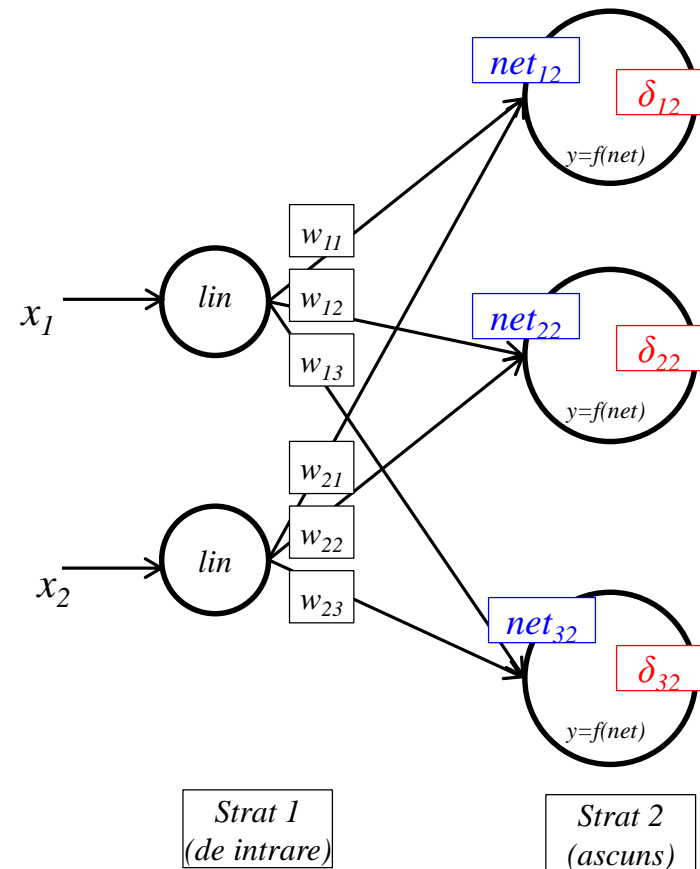
$$w_{12} = w_{12} + \Delta w_{12} = w_{12} + \eta \cdot \delta_{22} \cdot x_1$$

$$w_{13} = w_{13} + \Delta w_{13} = w_{13} + \eta \cdot \delta_{32} \cdot x_1$$

$$w_{21} = w_{21} + \Delta w_{21} = w_{21} + \eta \cdot \delta_{12} \cdot x_2$$

$$w_{22} = w_{22} + \Delta w_{22} = w_{22} + \eta \cdot \delta_{22} \cdot x_2$$

$$w_{23} = w_{23} + \Delta w_{23} = w_{23} + \eta \cdot \delta_{32} \cdot x_2$$



Algoritmul de retropropagare

- [illegible]

Regula delta generalizată (1 din 2)

- Pentru fiecare model de intrare – ieșire m din setul de antrenare, corecția unei ponderi w_{ij} – notată $\Delta^{(m)}w_{ij}$ – pentru conexiunea dintre neuronul j și neuronul i din stratul inferior (vezi Fig. 4.4.a) este proporțională cu un termen de eroare $\delta_j^{(m)}$ asociat neuronului j :

$$\Delta^{(m)}w_{ij} = \eta \cdot \delta_j^{(m)} \cdot o_i^{(m)}$$

unde $o_i^{(m)}$ este ieșirea neuronului i din stratul inferior, pentru modelul m , iar η este un factor de proporționalitate, numit **rată de învățare**.

Regula delta generalizată (2 din 2)

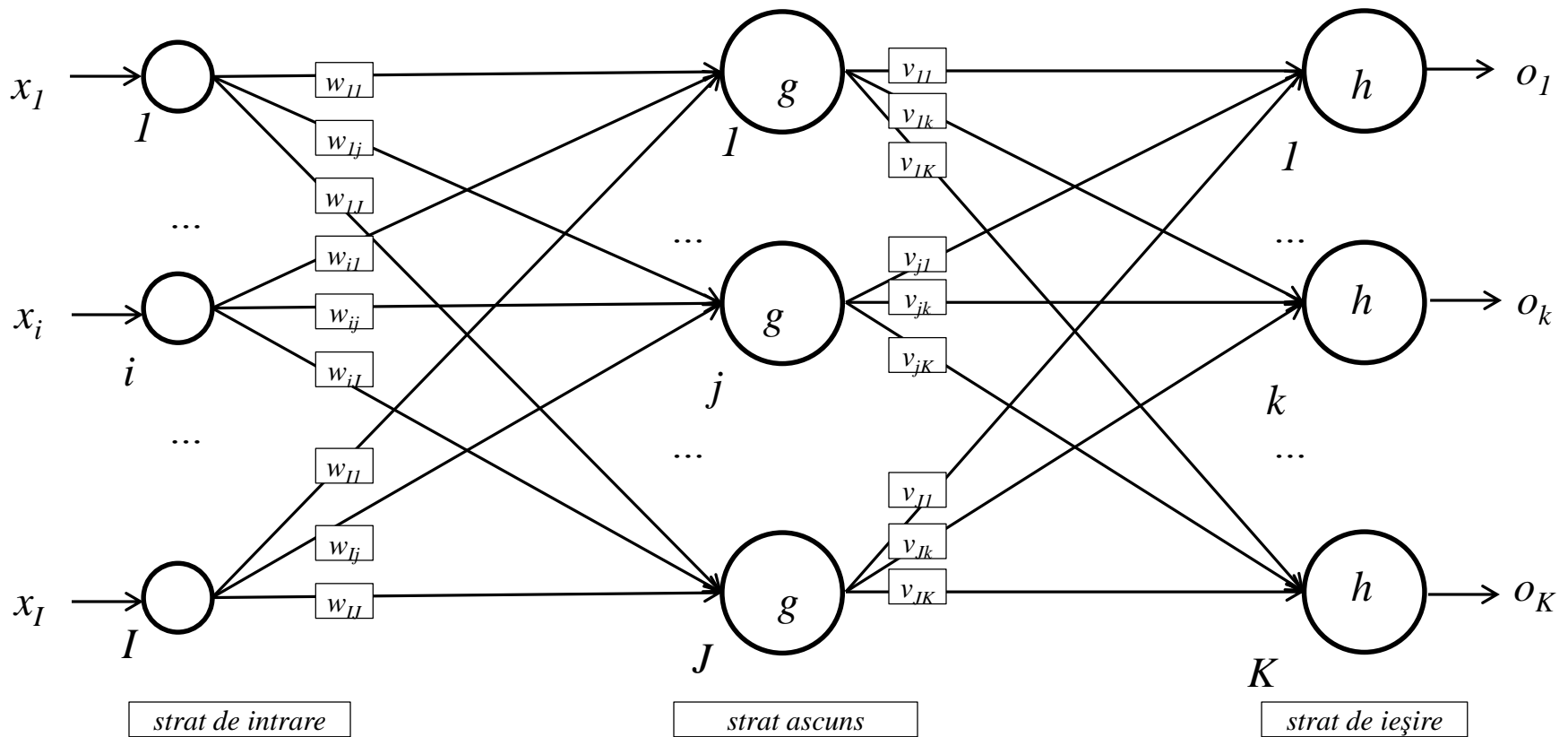
- Dacă neuronul j se află în stratul de ieșire, termenul de eroare $\delta_j^{(m)}$ se calculează în funcție de abaterea între valoarea reală $o_j^{(m)}$ și cea dorită $d_j^{(m)}$ și derivata funcției de activare f a neuronului j în raport cu intrarea netă corespunzătoare modelului m , $net_j^{(m)}$:

$$\delta_j^{(m)} = \left(d_j^{(m)} - o_j^{(m)} \right) \cdot f' \left(net_j^{(m)} \right)$$

- Dacă neuronul j se află în stratul ascuns, fiind legat prin conexiuni sinaptice cu neuronii k din stratul de ieșire, termenul de eroare $\delta_j^{(m)}$ este proporțional cu suma tuturor termenilor de eroare asociați neuronilor de ieșire k , modificați de ponderile conexiunilor respective w_{jk} și cu derivata funcției de activare în raport cu intrarea netă $net_j^{(m)}$:

$$\delta_j^{(m)} = \left(\sum_k \delta_k^{(m)} \cdot w_{jk} \right) \cdot f' \left(net_j^{(m)} \right)$$

Algoritmul de retropropagare pentru PMS cu un strat ascuns



RNA PMS cu 3 straturi

- I neuroni pe stratul de intrare, neuron generic i
- J neuroni pe stratul ascuns, neuron generic j
- K neuroni pe stratul de ieșire, neuron generic k

Algoritmul de retropropagare

- RNA este antrenată cu un set de M modele de antrenare, perechi de intrare-ieșire $(x_1, \dots, x_i, \dots, x_I)^{(m)} - (d_1, \dots, d_k, \dots, d_K)^{(m)}, m=1 \dots M$.
- Funcția de activare a primului strat este identitatea; funcțiile de activare ale celorlalte două straturi sunt g (pe stratul ascuns) și h (pe stratul de ieșire).
- Ponderile dintre stratul de intrare și cel ascuns se notează cu w_{ij} , cu $i=1 \dots I$, respectiv $j=1 \dots J$.
- Ponderile dintre stratul de intrare și cel ascuns se notează cu v_{jk} , cu $j=1 \dots J$, respectiv $k=1 \dots K$.
- Intrările nete ale neuronilor pentru un model m
 - ❖ pe stratul ascuns:

$$r_j^m = \sum_{i=1}^I w_{ij} \cdot x_i^{(m)}$$

- ❖ Pe stratul de ieșire:

$$q_k^m = \sum_{j=1}^J v_{jk} \cdot y_j^{(m)}$$

unde $y_j^{(m)} = g(r_j^{(m)})$

și $o_k^{(m)} = h(q_k^{(m)})$

Algoritmul de retropropagare

- Formula erorii – abaterea pătratică totală:

$$E(w, v) = \frac{1}{2} \cdot \sum_{m=1}^M \left(d^{(m)} - o(w, v, x)^{(m)} \right)^2$$

- Scrisă desfășurat:

$$\begin{aligned} E(w, v) &= \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \|d^{(m)} - o^{(m)}\|^2 = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^K \left(d_k^{(m)} - o_k^{(m)} \right)^2 = \\ &= \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^K \left[d_k^{(m)} - h(q_k^{(m)}) \right]^2 = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^K \left[d_k^{(m)} - h \left(\sum_{j=1}^J v_{jk} \cdot g(r_j^{(m)}) \right) \right]^2 = \\ &= \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^K \left[d_k^{(m)} - h \left(\sum_{j=1}^J v_{jk} \cdot y_j^{(m)} \right) \right]^2 = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^K \left[d_k^{(m)} - h \left(\sum_{j=1}^J v_{jk} \cdot g \left(\sum_{i=1}^I w_{ij} \cdot x_i^{(m)} \right) \right) \right]^2 \end{aligned}$$

Algoritmul de retropropagare

- Dacă se folosește metoda gradientului, în iterația t ponderile se vor corecta în fiecare iterație folosind formulele:

$$w_{ij}^{(t+1)} = w_{ij}^{(t)} - \eta \cdot \frac{\partial E}{\partial w_{ij}^{(t)}} \Big|_{w=w_{ij}^{(t)}}, \quad i = 1 \dots I, j = 1 \dots J$$

$$v_{jk}^{(t+1)} = v_{jk}^{(t)} - \eta \cdot \frac{\partial E}{\partial v_{jk}^{(t)}} \Big|_{v=v_{jk}^{(t)}}, \quad j = 1 \dots J, k = 1 \dots K$$

Algoritmul de retropropagare după metoda gradientului

- Pentru ponderile dintre stratul ascuns și cel de ieșire:

$$\begin{aligned}\frac{\partial E}{\partial v_{jk}} &= \frac{\partial E}{\partial o_k} \cdot \frac{\partial o_k}{\partial v_{jk}} = \frac{\partial E}{\partial o_k} \cdot \frac{\partial o_k}{\partial q_k} \cdot \frac{\partial q_k}{\partial v_{jk}} = \\ &= 2 \cdot (d_k - o_k) \cdot (-1) \cdot h'(q_k) \cdot y_j = -2 \cdot (d_k - o_k) \cdot h'(q_k) \cdot y_j\end{aligned}$$

- Pentru ponderile dintre stratul de intrare și cel ascuns:

$$\begin{aligned}\frac{\partial E}{\partial w_{ij}} &= \frac{\partial E}{\partial y_j} \cdot \frac{\partial y_j}{\partial w_{ij}} = \frac{\partial E}{\partial y_j} \cdot \frac{\partial y_j}{\partial r_j} \cdot \frac{\partial r_j}{\partial w_{ij}} = \\ &= -2 \cdot \left[\sum_{k=1}^K (d_k - o_k) \cdot h'(q_k) \cdot v_{jk} \right] \cdot g'(r_j) \cdot x_i\end{aligned}$$

Algoritmul de retropropagare după metoda gradientului

- Dacă se folosește ca funcție de activare sigmoidul logistic:

$$g(p) = h(p) = \frac{1}{1 + e^{-p}}, \quad g' = h' = p \cdot (1 - p)$$

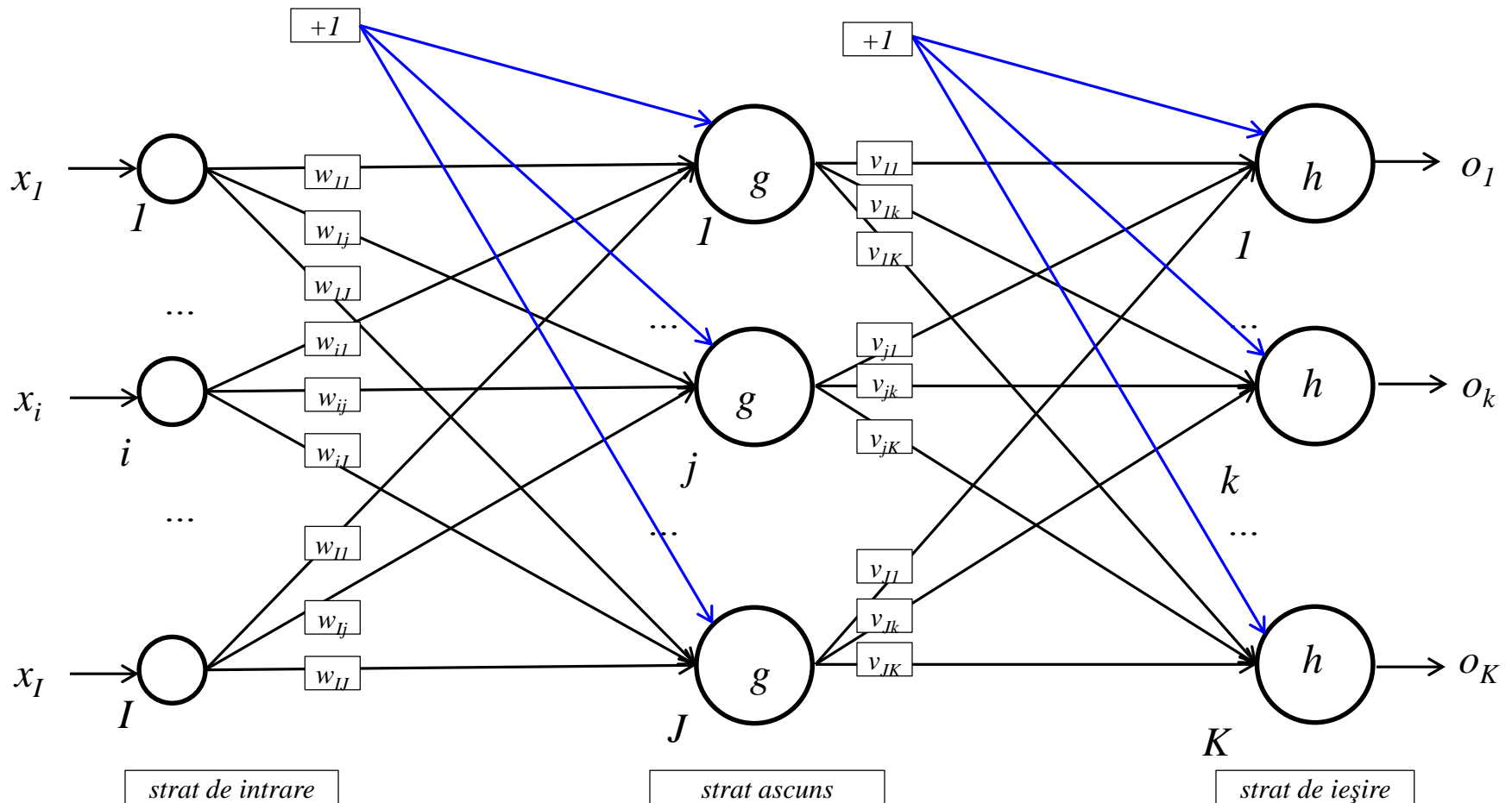
- Derivatele erorilor se vor calcula:

$$\frac{\partial E}{\partial v_{jk}} = -2 \cdot (d_k - o_k) \cdot o_k \cdot (1 - o_k) \cdot y_j$$

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = -2 \cdot \left[\sum_{k=1}^K (d_k - o_k) \cdot o_k \cdot (1 - o_k) \cdot v_{jk} \right] \cdot y_j \cdot (1 - y_j) \cdot x_i$$

Algoritmul de retropropagare

- Pragurile pot fi incluse în algoritmul de antrenare considerându-le drept ponderea unei mărimi suplimentare de valoare + 1, actualizate cu aceleași formule generale de calcul.



Tipuri de învățare pentru RNA PMS

- Cu adaptare în bloc a ponderilor (batch learning)
- Cu adaptare model cu model (online, stochastic)
- Cu adaptare în miniblocuri (mini-batch learning)
 - ❖ Algoritmul mini-batch este folosit în principal la antrenarea cu seturi de date foarte mari, cu sute de mii sau milioane de modele.

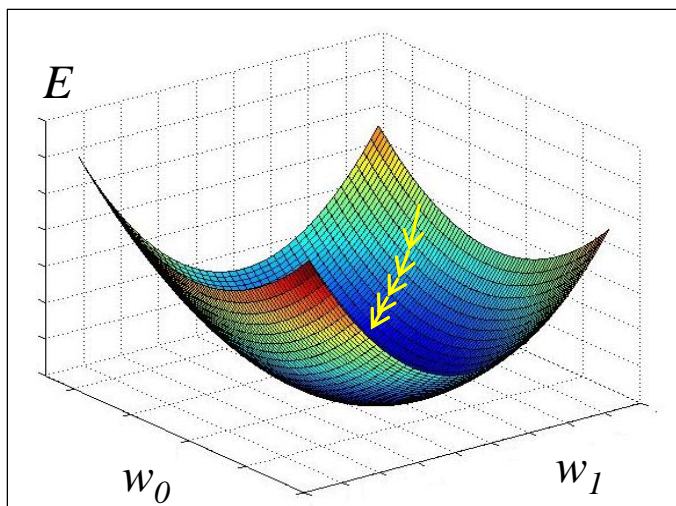
Algoritmul de retropropagare batch

- Adaptarea ponderilor se face o singură dată, la capătul iterației, după propagarea înainte a tuturor modelelor de intrare și cumularea erorii.
- Pregătire date de intrare sub forma de perechi intrare-ieșire.
- Inițializare arhitectură RNA: număr de straturi, număr de neuroni pe fiecare strat, inițializare aleatoare ponderi și praguri.
- repetă
 - ❖ Pentru fiecare model de antrenare
 - Propagare înainte model
 - Stratul 1-2
 - Stratul 2-3
 - Calcul eroare între rezultatele obținute și cele dorite și sumarea erorii modelului individual la eroarea globală a setului de antrenare.
 - ❖ Propagare înapoi:
 - Calcul corecții ponderi în funcție de eroarea globală.
 - Stratul 2-3
 - Stratul 1-2
 - Aplicare corecții ponderi
 - ❖ Verifică criteriul de oprire.
- Dacă s-a îndeplinit criteriul de oprire, antrenarea s-a încheiat.

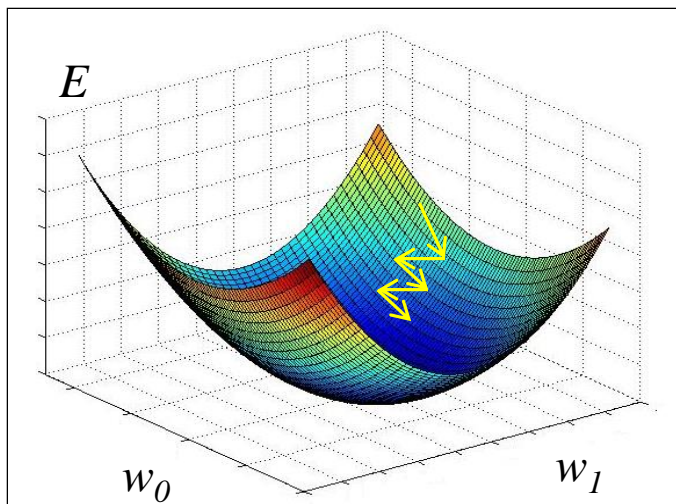
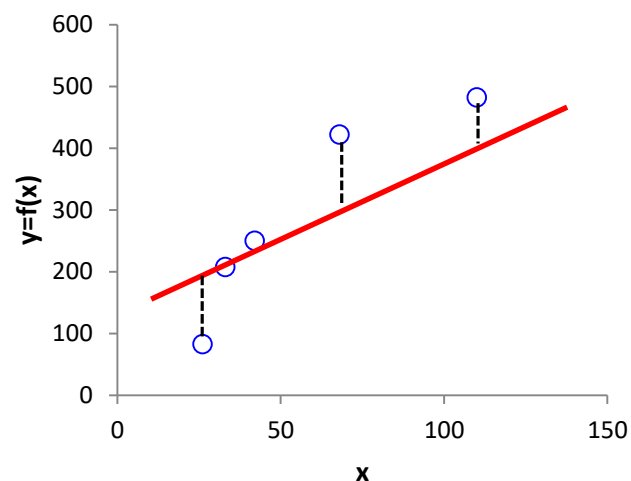
Algoritmul de retropropagare online

- Adaptarea ponderilor se face după propagarea înainte-înapoi a fiecărui model din setul de antrenare.
- Pregătire date de intrare sub forma de perechi intrare-ieșire.
- Inițializare arhitectură RNA: număr de straturi, număr de neuroni pe fiecare strat, inițializare aleatoare ponderi și praguri.
- repetă
- pentru fiecare model de intrare, ales aleatoriu din setul de antrenare
 - ❖ Propagare înainte.
 - Stratul 1-2
 - Stratul 2-3
 - ❖ Calcul eroare între rezultatele obținute și cele dorite.
 - ❖ Propagare înapoi:
 - Calcul corecții ponderi.
 - Stratul 2-3
 - Stratul 1-2
 - Aplicare corecții ponderi
 - ❖ Verifică criteriul de oprire.
- Dacă s-a îndeplinit criteriul de oprire, antrenarea s-a încheiat.

Învățarea în bloc vs. model cu model



în bloc



model cu model

Algoritmul de retropropagare mini-batch

- Adaptarea ponderilor se face după propagarea înainte-înapoi a unui bloc parțial din setul de antrenare (100-1000 de modele de intrare).
- Pregătire date de intrare sub forma de perechi intrare-ieșire.
- Inițializare arhitectură RNA: număr de straturi, număr de neuroni pe fiecare strat, inițializare aleatoare ponderi și praguri.
- repetă
 - ❖ pentru fiecare bloc de modele de intrare
 - Pentru fiecare model din bloc
 - Propagare înainte
 - » Stratul 1-2
 - » Stratul 2-3
 - Calcul eroare între rezultatele obținute și cele dorite și sumare eroare la eroarea globală a blocului.
 - ❖ Propagare înapoi
 - Calcul corecții ponderi.
 - Stratul 2-3
 - Stratul 1-2
 - Aplicare corecții ponderi
 - ❖ Verifică criteriul de oprire.
- Dacă s-a îndeplinit criteriul de oprire, antrenarea s-a încheiat.

Criterii de oprire a învățării

- Efectuarea unui număr fixat de iterații.
- Coborârea corecției erorii într-o iterație sub un prag limită.
- Stagnarea erorii pe parcursul unui număr de iterații.
- Metoda setului de validare:
 - ❖ Datele disponibile pentru setul de antrenare se împart în trei:
 - Setul de antrenare (60%)
 - Setul de validare (20%)
 - Setul test (20%)
 - ❖ Setul test rămâne pentru verificarea puterii de generalizare a RNA antrenate.
 - ❖ În fiecare iterație, datele de validare se folosesc ca un pseudo-test: dacă pe parcursul câtorva iterații eroarea pe setul de validare crește, antrenarea se întrerupe (apare supraantrenarea sau specializarea).

Algoritme de antrenare pentru RNA PMS

- Există o varietate de algoritme de antrenare, nu doar retropropagarea simplă:



Function	Algorithm
<code>trainlm</code>	Levenberg-Marquardt
<code>trainbr</code>	Bayesian Regularization
<code>trainbfg</code>	BFGS Quasi-Newton
<code>trainrp</code>	Resilient Backpropagation
<code>trainscg</code>	Scaled Conjugate Gradient
<code>traincgb</code>	Conjugate Gradient with Powell/Beale Restarts
<code>traincgf</code>	Fletcher-Powell Conjugate Gradient
<code>traincgp</code>	Polak-Ribière Conjugate Gradient
<code>traingdx</code>	Variable Learning Rate Gradient Descent
<code>traingdm</code>	Gradient Descent with Momentum
<code>traingd</code>	Gradient Descent

va urma...

- Metode de îmbunătățire și accelerare a învățării pentru RNA cu învățare supravegheată