Modele neliniare de regim permanent

În schema electrică echivalentă monofazată a unei rețele electrice cu *n* noduri independente, obținută prin conectarea cuadripolilor echivalenți, se poate reprezenta fiecare nod *i* împreună cu legăturile sale (Fig. MN.1).

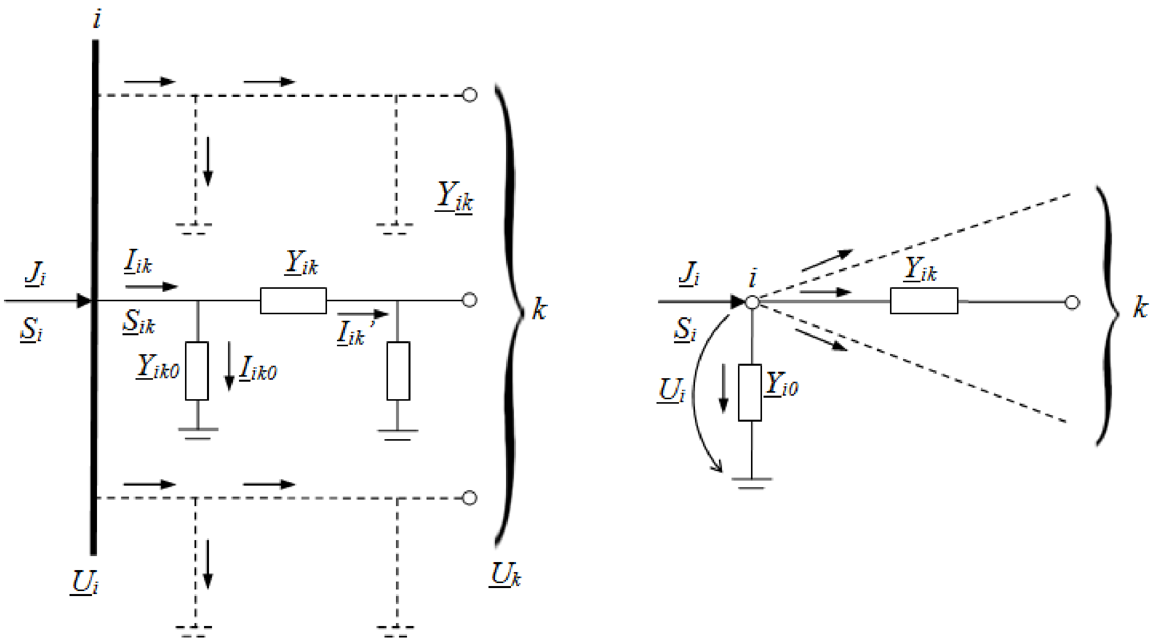

Fig. MN.1- Schema echivalentă asociată unui nod i

Pentru acest nod, teorema tensiunilor nodale

$$[\underline{Y}_n]\cdot[\underline{U}_n]=[\underline{J}_n]$$

se rescrie

$$\underline{Y}_{ii}\cdot\underline{U}_i-\sum_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{n}\underline{Y}_{ik}\cdot\underline{U}_k=\underline{J}_i,\quad i=1..n \tag{MN.1}$$

unde $$\underline{J}_i=\frac{\underline{S}_i^*}{\underline{U}_i^*} \tag{MN.2}$$

Din ec. (MN.1) – (MN.2) se obține direct modelul neliniar al ecuațiilor nodale complexe, astfel:

- Se scrie sistemul (MN.1), în care curentul injectat în nod $\underline{J}_i$ se înlocuieşte cu expresia sa din (MN.2);
- Se scrie separat ecuația nodului de echilibru, iar în ecuațiile celorlalte noduri se separă termenii care conțin tensiunea nodului de echilibru:

$$\begin{cases} \underline{Y}_{ii} \cdot \underline{U}_i - \sum\limits_{\substack{k=1 \\ k\neq i \\ k\neq e}}^{n} \underline{Y}_{ik} \cdot \underline{U}_k - \underline{Y}_{ie} \cdot \underline{U}_e = \dfrac{\underline{S}_i^*}{\underline{U}_i^*} \\ \underline{Y}_{ee} \cdot \underline{U}_e - \sum\limits_{\substack{k=1 \\ k\neq e}}^{n} \underline{Y}_{ek} \cdot \underline{U}_k = \dfrac{\underline{S}_e^*}{U_e} \end{cases} , i \in N_{PU} \cup N_{PQ}, i \neq e \qquad \text{(MN.3)}$$

În relațiile (MN.3), tensiunea nodului de echilibru U_e este constantă, are valoare reală, nu complexă, şi este origine de fază. $N = N_{PU} \cup N_{PQ}$ reprezintă mulțimea tuturor nodurilor PQ (consumatoare) şi PU (PV, generatoare).

Prima ecuație din (MN.3) se poate rescrie în formă compactă:

$$[\underline{Y}_N] \cdot [\underline{U}_N] = \left[\frac{\underline{S}_N^*}{\underline{U}_N^*} \right] + [\underline{Y}_{Ne}] \cdot U_e \qquad \text{(MN.4)}$$

Această formă de scriere este utilă atunci când la calculul regimului permanent se prelucrează direct matricea admitanțelor nodale. După determinarea necunoscutelor $\underline{U}_N$, cu ajutorul ecuației a doua din (MN.3) se calculează puterea complexă injectată în nodul de echilibru.

Sistemul (MN.4) nu se utilizează, de regulă, în această formă pentru sisteme de dimensiuni mari. În această situație, pornind de la sistemul de ecuații nodale (MN.1), se determină o serie de modele echivalente scrise în mulțimea numerelor reale, care exprimă fie bilanțul de curenți la noduri, fie bilanțul de puteri la noduri. În acest scop, pentru admitanțele $\underline{Y}$ şi tensiunile nodale $\underline{U}$ complexe se folosesc reprezentările algebrică şi trigonometrică:

$$\begin{aligned} \underline{Y}_{ii} &= G_{ii} + j \cdot B_{ii} &&= Y_{ii} \cdot e^{j \cdot \Psi_{ii}} &&= Y_{ii} \cdot (\cos\Psi_{ii} + j \cdot \sin\Psi_{ii}) \\ \underline{Y}_{ik} &= G_{ik} + j \cdot B_{ik} &&= Y_{ik} \cdot e^{j \cdot \Psi_{ik}} &&= Y_{ik} \cdot (\cos\Psi_{ik} + j \cdot \sin\Psi_{ik}) \qquad \text{(MN.5)} \\ \underline{U}_i &= U_i' + j \cdot U_i'' &&= U_i \cdot e^{j \cdot \Theta_i} &&= U_i \cdot (\cos\Theta_i + j \cdot \sin\Theta_i) \end{aligned}$$

Modelul bilanțului de puteri în noduri

Folosind (MN.2) şi (MN.1), se obține:

$$\underline{S}_i = \underline{U}_i \cdot \underline{J}_i^* = \underline{U}_i \cdot (\underline{Y}_{ii}^* \cdot \underline{U}_i^* - \sum_{\substack{k=1 \\ k\neq i}}^{n} \underline{Y}_{ik}^* \cdot \underline{U}_k^*) \qquad i = 1..n;\, i \neq e \qquad \text{(MN.6)}$$

respectiv:

$$\underline{Y}_{ii}^* \cdot U_i^2 - \underline{U}_i \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k\neq i}}^{n} \underline{Y}_{ik}^* \cdot \underline{U}_k^* - (P_i + j \cdot Q_i) = 0 \qquad i = 1..n;\, i \neq e \qquad \text{(MN.7)}$$

Folosind reprezentările algebrică şi trigonometrică pentru admitanțe şi tensiuni, se obțin următoarele seturi de ecuații:

- reprezentarea algebrică:

$$P_i = G_{ii} \cdot [(U_i')^2 + (U_i'')^2] - U_i' \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{n} (G_{ik} \cdot U_k' - B_{ik} \cdot U_k'') -$$

$$- U_i'' \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{n} (G_{ik} \cdot U_k'' + B_{ik} \cdot U_k')$$

$$Q_i = -B_{ii} \cdot [(U_i')^2 + (U_i'')^2] + U_i' \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{n} (G_{ik} \cdot U_k'' + B_{ik} \cdot U_k') - \qquad \text{(MN.8)}$$

$$- U_i'' \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{n} (G_{ik} \cdot U_k' - B_{ik} \cdot U_k'')$$

$$i = 1..n; \quad i \neq e$$

- reprezentarea trigonometrică:

$$P_i = Y_{ii} \cdot U_i^2 \cdot \cos\Psi_{ii} - U_i \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{n} Y_{ik} \cdot U_k \cdot \cos(\theta_i - \theta_k + \Psi_{ik})$$

$$Q_i = -Y_{ii} \cdot U_i^2 \cdot \sin\Psi_{ii} - U_i \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{n} Y_{ik} \cdot U_k \cdot \sin(\theta_i - \theta_k + \Psi_{ik}) \qquad \text{(MN.9)}$$

$$i = 1..n; \quad i \neq e$$

Unul din cele mai răspândite modele neliniare de bilanț de puteri în noduri foloseşte scrierea admitanțelor sub reprezentarea algebrică şi a tensiunilor sub reprezentarea trigonometrică:

$$\underline{Y}_{ii} = G_{ii} + j \cdot B_{ii} \qquad \underline{Y}_{ik} = G_{ik} + j \cdot B_{ik}$$
$$\underline{U}_i = U_i \cdot e^{j \cdot \theta_i} = U_i \cdot (\cos\theta_i + j \cdot \sin\theta_i) \qquad \text{(MN.10)}$$

Înlocuind aceste expresii în relația (MN.7) şi separând părțile reală şi imaginară, se obține noul model neliniar:

$$P_i = G_{ii} \cdot U_i^2 - U_i \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{n} U_k \cdot [G_{ik} \cdot \cos(\theta_i - \theta_k) + B_{ik} \cdot \sin(\theta_i - \theta_k)]$$

$$Q_i = -B_{ii} \cdot U_i^2 - U_i \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{n} U_k \cdot [G_{ik} \cdot \sin(\theta_i - \theta_k) - B_{ik} \cdot \cos(\theta_i - \theta_k)] \qquad \text{(MN.11)}$$

$$i = 1..n; \quad i \neq e$$

Sistemul de ecuații neliniare care descrie funcționarea unui sistem electroenergetic în studiu are o formă complexă, astfel încât rezolvarea sa pe cale analitică nu este posibilă, fiind necesară utilizarea unor tehnici de calcul numeric. Caracterul neliniar al modelului bilanțului de puteri în noduri nu permite utilizarea unor metode directe de calcul, ci necesită aplicarea unor metode de calcul iterativ. Astfel, sistemul de ecuații neliniare, care descrie calculul regimului permanent poate fi scris sub o formă matriceală generică:

$$f(x) = 0, \qquad \text{(MN.12)}$$

se rezolvă astfel:

- Se generează o aproximație inițială a soluției $\mathbf{x}^{(0)}$ şi se inițializează contorul $t = 1$.
- La pasul curent t, cu aproximația curentă $\mathbf{x}^{(t)}$, se determină o nouă aproximație $\mathbf{x}^{(t+1)}$ a soluției, care ar trebui să fie mai bună decât cea anterioară.
- Se revine la pasul anterior, până la satisfacerea unui anumit criteriu de oprire.

Atingerea soluției exacte a problemei este posibilă doar în ipoteza teoretică a efectuării unui număr infinit de iterații. Ca urmare, soluția determinată cu ajutorul unei metode iterative, într-un număr finit de paşi, va fi întotdeauna o soluție aproximativă.

Dintre metodele iterative de calcul care pot fi folosite pentru rezolvarea problemei regimului permanent al rețelelor electrice, cele mai cunoscute sunt metoda Seidel-Gauss şi metoda Newton-Raphson.